ÉVITONS DE PLACER NOS ÉLÈVES EN SITUATION D'ÉCHEC EN MATHS !

Par Lassana CISSOKHO *

1°) INTRODUCTION

Les mois de juin et de juillet ont été toujours marqués par de levées de boucliers par des « censeurs » spécialistes en tout et en rien, condamnant notre système éducatif suite à des résultats catastrophiques lors des examens du brevet et du baccalauréat. Ils ne cherchent pas loin pour trouver des boucs émissaires :

- on incrimine les parents d'élèves en disant qu'ils ont fui devant leurs responsabilités
- on incrimine les enseignants parce que mettant beaucoup plus l'accent sur des revendications salariales que celles pédagogiques.
- on incrimine des autorités étatiques parce que très peu soucieuses du devenir de l'école.

Rarement les attentions sont portées, il faut le déplorer, sur les programmes et sur les statuts des épreuves de mathématiques, y compris les épreuves de l'élémentaire, que nous proposons à nos élèves.

L'épreuve de mathématiques du BFEM-2019 nous offre une grande opportunité pour nous soumettre aux questionnements :

a) l'épreuve, par son contenu, répond-t-elle aux critères d'une épreuve d'examen de brevet ?
b) les compétences mises en œuvre sont-elles en adéquation avec celles définies dans le programme ?

Mes réponses à ces différentes questions, je les passer par des résolutions des exercices suivies de commentaires des quatre exercices de l'épreuve.

2°) REGARD CRITIQUE SUR L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES SESSION 2019

• ÉNONCÉS ORIGINELS DES EXERCICES DE L'ÉPREUVE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES BFEM -2019 – SÉNÉGAL

EXERCICE N°1

1°) Dis comment obtenir la valeur de la médiane d'une série statistique ordonnée à caractère quantitatif, discret et d'effectif total N.

2°) Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires mensuels en F CFA et leurs proportions pour le personnel d'une entreprise :

fonctions	Cadres supérieurs	Agents de production	Personnel administratif	Chauffeurs	Agents de sécurité	Agents commerciaux
Salaires	450 000	350 000	200 000	150 000	100 000	175 000
Pourcentages	5	45	15	5	10	20

a) Indique le caractère étudié et sa nature.

b) Calcule le salaire moyen mensuel de cette entreprise.

3°) Calcule le salaire médian de cette entreprise sachant qu'il y a exactement 2 cadres qui y travaillent.

4°) Construis le diagramme des fréquences cumulées croissantes de cette série.

EXERCICE N°2

Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 12$ cm et $BC = x$ cm avec $0 < x < 12$.

1°) Calcule le périmètre P du rectangle en fonction de x.

3°) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de ce rectangle en fonction de x.

4°) Dans quel intervalle peut-on choisir x pour que l'aire $\mathcal{A}$ soit inférieure à 81 cm^2.

5°) On donne $x = 2$ et $A'B'C'D'$ un carré dont l'aire est égale à celle du rectangle $ABCD$.

a) Calcule le côté du carré.

b) Calcule le périmètre P du rectangle et celui P' du carré.

EXERCICE N°3

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

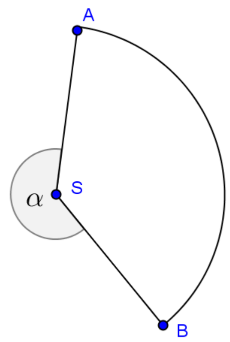
1°) Place les points $A(-3,1)$; $B(5,-1)$ et $C(5,9)$.

2°) Trouve une équation de la droite (Δ) hauteur du triangle ABC passant par le point C.
Soit K le milieu de $[AB]$
a) Vérifie que K appartient à (Δ)
b) Déduis-en la nature du triangle ABC et celle du triangle AKC.
3°) Soit le cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle AKC
a) Calcule les coordonnées de son centre L et son rayon R
b) Montre que le point $M(6,6)$ appartient au cercle $(\mathcal{C})$
c) Justifie que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{ACK}$ ont même mesure
d) Montre que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{CAK}$ sont complémentaires.

EXERCICE N°4

1°) Le schéma ci-contre représente le patron de la partie latérale

d'un cône de révolution.
Justifie que le rayon r de la base vaut : $r = R \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$ avec
$AS = R$.
2°) Démontrer que la hauteur h du cône est
$h = R \times \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2}$
3°) Exprime l'aire du cône en fonction de R et α
4°) On pose $= 270^0$, $R = 50$ cm et $\pi = 3,14$
Calcule l'aire latérale du cône.



• THÈMES ET COMPÉTENCES EXIGIBLES MISES EN OEUVRE

Le tableau ci-après nous donne nous donne les contenus de chaque exercice et les compétences mises en œuvre pour leurs résolutions :

EXERCICES	CONTENUS	COMPÉTENCES MISES EN OEUVRE
EXERCICE I	STATISTIQUE	• Donner la nature d'une série statistique • Calcul de la moyenne connaissant les pourcentages des modalités • Calcul de la médiane • Savoir représenter les fréquences cumulées

EXERCICE II	CALCUL LITTÉRAL ET CALCUL ALGEBRIQUE	• Savoir traduire par une expression littérale • Savoir résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue • Savoir calculer la racine carrée d'un réel positif • Encadrement • Calcul d'aire
EXERCICE III	REPÉRAGE	• Savoir placer les points dans un repère orthonormé • Calcul vectoriel • Savoir déterminer une équation de droite • Appartenance d'un point à un cercle • Angles inscrits
EXERCICE IV	ESPACE	• Etablir une formule de calcul du rayon de base d'un cône en fonction de la génératrice et l'angle de développement • Etablir une formule de calcul du rayon de base d'un cône en fonction de la génératrice et l'angle de développement • Calcul de l'aire latérale du cône

On peut dire déjà que l'épreuve par son contenu répond bien aux normes d'un sujet d'examen en ce sens que ça couvre les 70% des compétences exigibles à cheval entre les classes de quatrième et de troisième.

• PROPOSITION DE CORRIGÉS

STOP

Il y a beaucoup d'entre nous qui se livrent à des résolutions trop condensées des exercices de mathématiques, au nom d'une soit -disant concision, qui n'aident pas souvent à la compréhension.
Une démonstration détaillée, donnant toutes les explications nécessaires, fait perdre moins de temps qu'une démonstration trop rapide, où l'on attend du lecteur de raisonnements intermédiaires.

Nous essayerons alors d'être prolixes, à volonté, dans les résolutions que nous proposerons pour essayer de ne pas mettre des œillères aux utilisateurs quand il s'agit de corrigés d'épreuves de mathématiques et que des résolutions puissent servir à leur tour de réécrire des énoncés s'y rattachant.

EXERCICE N°1

1°) Dis comment obtenir la valeur de la médiane d'une série statistique ordonnée à caractère quantitatif discret et d'effectif total N.

Rappel :
La médiane d'une série statistique ordonnée à caractère quantitatif discret, est la valeur du caractère qui partage la série en deux séries de même effectif.

a) Si N est pair, la médiane est la demie somme des valeurs centrales de rangs respectifs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$

Exemple 1:
On a relevé les tailles, en cm, de 10 basketteurs et on a obtenu la série statistique brute ci-après : 190 ; 180 ; 160 ; 165 ; 160 ; 165 ; 185 ; 190 ; 170 et 180
Déterminer la taille médiane de cette série.

L'effectif total est 10 alors la taille médiane est la demie somme des valeurs venant à la 5è et la 6è positions
En ordonnant la série, on obtient : 160 ; 160 ; 165 ; 165 ; 170 ; 180 ; 180 ; 185 ; 190 ; 190
Les modalités (valeurs) qui arrivent en $5^{ème}$ et $6^{ème}$ sont respectivement 170 et 180
Si on désigne par M_e la médiane, on a : $M_e = \frac{170+180}{2} = \frac{350}{2} = 175$
Il vient : 175 cm est la taille médiane : il y a 5 basketteurs qui ont des tailles inférieures ou égales à 175 cm et 5 autres basketteurs qui en ont supérieures ou égales à 175 cm

On retient :
Si on a une série à caractère quantitatif discret ordonnée, d'effectif total N et N pair alors la médiane est la demie somme des valeurs de rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$

b) Si N est impair, la médiane est la valeur centrale de rang $\frac{N-1}{2}+1$

<u>Exemple 2 :</u>

On a relevé les poids, en grammes, de 15 individus d'une population statistique et on a obtenu la série ci-après : 165 ; 180 ; 160 ; 165 ; 160 ; 180 ; 165 ; 185 ; 190 ; 170 et 182

1°) Ordonne la série suivant des valeurs croissantes

2°) Détermine le poids médian

1°) Ordonnons la série suivant des valeurs croissantes

On part du plus petit poids au plus grand et on a :

160 ; 160 ; 165 ; 165 ; 165 ; 170 ; 180 ; 180 ;182 ; 185 ; 190

2°) Déterminons le poids médian

On a ici $N=11$ (impair) alors la médiane est de rang $\frac{11-1}{2}+1=6$

La valeur qui occupe le 6è rang de la série ordonnée est 170 qui est donc le poids médian.

Il vient : 170 g est le poids médian : il y a 5 individus qui ont des poids inférieurs ou égaux à 170 g et 5 autres qui en ont supérieurs ou égaux à 170g

On retient :

Si on a une série à caractère quantitatif discret ordonnée, d'effectif total N et N impair alors la médiane est la valeur du caractère de rang $\frac{N-1}{2}+1$.

STOP

Une telle question n'est pas opportune en ce sens qu'elle fait appel à la théorie qui est totalement déconseillée dans les épreuves d'examens niveau brevet. Nous y reviendrons pour reformuler la question autrement.

2°) Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires mensuels en F CFA et leurs proportions pour le personnel d'une entreprise :

fonctions	Cadres supérieurs	Agents de production	Personnel administratif	Chauffeurs	Agents de sécurité	Agents commerciaux
Salaires	450 000	350 000	200 000	150 000	100 000	175 000
Pourcentages	5	45	15	5	10	20

a) Indiquons le caractère étudié et sa nature.

Il s'agit d'un caractère quantitatif discret prenant six valeurs (modalités) et qui sont :

450 000	350 000	200 000	150 000	100 000	175 000

b) Calculons le salaire moyen mensuel de cette entreprise.

Dans un souci de renforcer la capacité des jeunes collègues, nous vous proposons les définitions suivantes en retenant que les formules peuvent être ignorées par les élèves :

Rappel :

La moyenne, dans le cas d'un caractère quantitatif discret, s'obtient en calculant le quotient de la somme des produits des modalités par leurs effectifs respectifs sur l'effectif total.

Si on désigne par a_i la modalité et x_i son effectif , N l'effectif total et $\overline{x}$ la moyenne, alors on a :

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \times \sum a_i \times x_i \quad (1)$$

Par définition, la fréquence f_i d'une modalité a_i et d'effectif x_i est telle que : $f_i = \frac{X_i}{N}$, en retenant aussi que N est l'effectif total.

La formule précédente devient : $\overline{x} = \frac{1}{N} \times \sum a_i \times x_i = \sum a_i \times \frac{x_i}{N} = \sum a_i . f_i$ **(2)**

Si une modalité a_i est de fréquence f_i et de pourcentage P_i, on a la relation :

$$P_i = 100 f_i \text{ alors } f_i = \frac{P_i}{100}$$

Comme $\overline{x} = \sum a_i . f_i$ et en remplaçant f_i par $\frac{P_i}{100}$, on a $\sum a_i . f_i = \sum a_i . \frac{P_i}{100} = \frac{1}{100} \times \sum a_i . P_i$

Il s'ensuit que : $\overline{x} = \frac{1}{100} \times \sum a_i \times P_i$ **(3)**

STOP

C'est cette dernière compétence non exigible, $\overline{x} = \frac{1}{100} \times \sum a_i \times P_i$, (Savoir calculer la moyenne connaissant les modalités et leurs pourcentages respectifs) qu'il faut utiliser dans le cadre de cet exercice pour calculer la moyenne.

De la formule $\bar{x} = \frac{1}{100} \times \sum a_i \times P_i$, il vient :

$$\bar{x} = \frac{450\,000 \times 5 + 350\,000 \times 45 + 200\,000 \times 15 + 150\,000 \times 5 + 100\,000 \times 10 + 175\,000 \times 20}{100}$$

$= 262\,500$

Le salaire moyen de cette entreprise est 262 500 f

3°) Calculons le salaire médian de cette entreprise sachant qu'il y a exactement 2 cadres qui y travaillent.

STOP

Cette question met lamentablement en échec les candidats car ça fait appel à se poser deux autres sous-questions à savoir :

- **le calcul des effectifs partiels des modalités (valeurs du caractère)**
- **ordonner les modalités suivant l'ordre croissant et que le tableau ne le reflète pas.**

• Calculer d'abord les effectifs partiels et ensuite l'effectif total

Si un 5% correspondent à un effectif partiel de 2 alors :

alors pour 45% , on a : $\frac{2 \times 45}{5} = 18$

On procède de la même manière pour dire qu'aux pourcentages 15 ; 10 et 20 on a respectivement les effectifs 6 ; 4 et 8

On a donc le tableau ci-après donnant les effectifs partiels des différentes modalités :

Salaires	450 000	350 000	200 000	150 000	100 000	175 000	
Pourcentages	5	45	15	5	10	20	
Effectifs	2	18	6	2	4	8	40

• Réécrivons le tableau où les modalités sont données suivant l'ordre croissant

On a :

Salaires	100 000	150 000	175 000	200 000	350 000	450 000	
Pourcentages	10	5	20	15	45	5	
Effectifs	4	2	8	6	18	2	40

L'effectif total du personnel étant égal à 40 alors le salaire médian M_e est la demi-somme des salaires venant en 20$^{\text{ème}}$ et 21$^{\text{ème}}$ positions.

On peut compléter le tableau par des ECC, effectifs cumulés croissants, et nous avons :

Salaires	100 000	150 000	175 000	200 000	350 000	450 000	
Pourcentages	10	5	20	15	45	5	
Effectifs	4	2	8	6	18	2	40
E.C.C	4	6	14	20	38	40	

Du tableau la modalité venant à la 20ème position est 200 000 et celle venant à la 21ème position est 350 000. Il s'ensuit que : $M_e = \frac{200\,000+350\,000}{2} = 275\,000$

Il y a donc 20 salariés qui ont des salaires inférieurs ou égaux à 275 000 FCFA et 20 autres salariés qui en ont supérieurs ou égaux à 275 000 FCFA.

4°) Construisons le diagramme des fréquences cumulées croissantes de cette série.

STOP

Il y a ici une confusion entre le pourcentage et la fréquence. Le pourcentage est appelé aussi fréquence en %. On passe d'une fréquence à son pourcentage en multipliant la fréquence par 100. Le rédacteur devrait écrire tout simplement de construire le diagramme cumulé des fréquences en % c'est-à-dire le diagramme des pourcentages cumulés croissants (P.C.C)

Rappel :

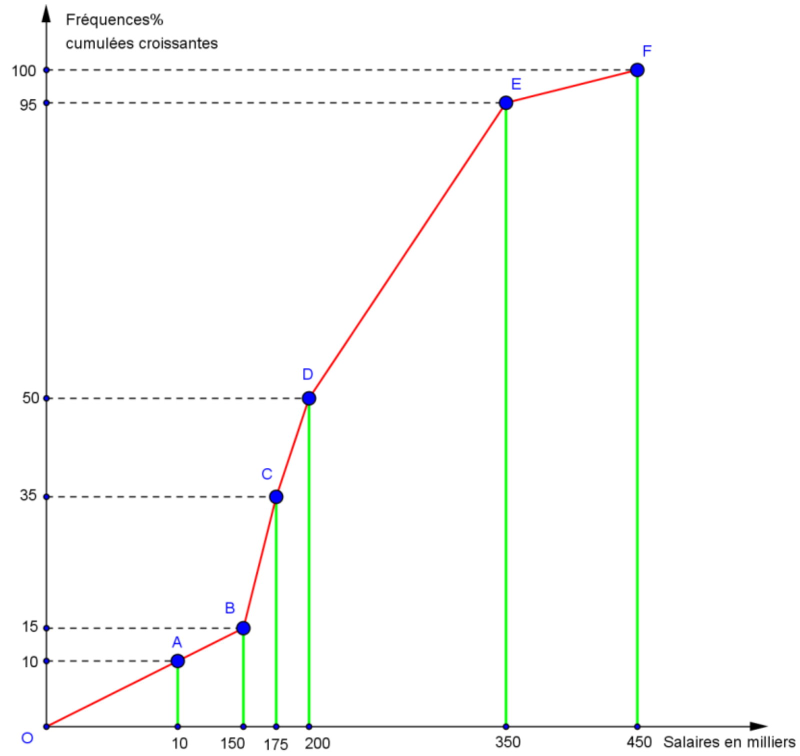
La fréquence en % cumulée d'une modalité est la somme des fréquences en % de la modalité et celles des modalités la précédant.

Complétons alors le tableau par des fréquences en % cumulées croissantes. Nous avons :

Salaires	100 000	150 000	175 000	200 000	350 000	450 000	
Pourcentages	10	5	20	15	45	5	
Effectifs	4	2	8	6	18	2	40
E.C.C	4	6	14	20	38	40	
Fréquences% Cumulées croissantes	10	15	35	50	95	100	

Prenons 2 cm pour 100 000 sur l'axe des abscisses et 0,1 cm pour un pourcentage sur l'axe des ordonnées. Nous avons :

,



EXERCICE N°2

Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 12$ cm et $BC = x$ cm avec $0 < x < 12$.

1°) Calculons le périmètre P du rectangle en fonction de x.

Ce rectangle a pour longueur $AB = 12$ cm et pour largeur $BC = x$ en cm

Il s'ensuit que : $P = 2(AB + BC) = 2(12 + x)$. Soit $P = 2x + 24$

3°) Calculons l'aire $\mathcal{A}$ de ce rectangle en fonction de x.

L'aire d'un rectangle s'obtient en calculant le produit de la longueur par la largeur et comme on a

la longueur $AB = 12$ cm et la largeur $BC = x$ en cm

Il s'ensuit que : $\mathcal{A} = AB \times BC$ et comme $AB = 12$ cm et $BC = x$ en cm, il vient : $\mathcal{A} = 12x$ en cm^2

4°) Dans quel intervalle peut-on choisir x pour que l'aire $\mathcal{A}$ soit inférieure à 81 cm^2.

Comme $\mathcal{A} < 81$ et $\mathcal{A} = 12x$ alors $12x < 81$ soit $x < \frac{81}{12}$ ou encore $x < 6{,}75$

Pour qu'on ait $\mathcal{A}$ inférieure à 81 cm^2, il faut que $0 < x < 6{,}75$.

5°) On donne $x = 2$ et $A'B'C'D'$ un carré dont l'aire est égale à celle du rectangle $ABCD$.

a) Calculons le côté du carré.

Désignons par a le côté du carré $A'B'C'D'$

Pour $x = 2$, le carré $A'B'C'D'$ a pour aire $12 \times 2 = 24$ en cm^2

On a successivement :

$a^2 = 24$

$a = \sqrt{24}$

$a = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6}$

$a = 2\sqrt{6}$ cm

b) Calculons le périmètre P du rectangle et celui P' du carré.

Nous avons :

• $P = 2(12 + 2) = 28$ en cm

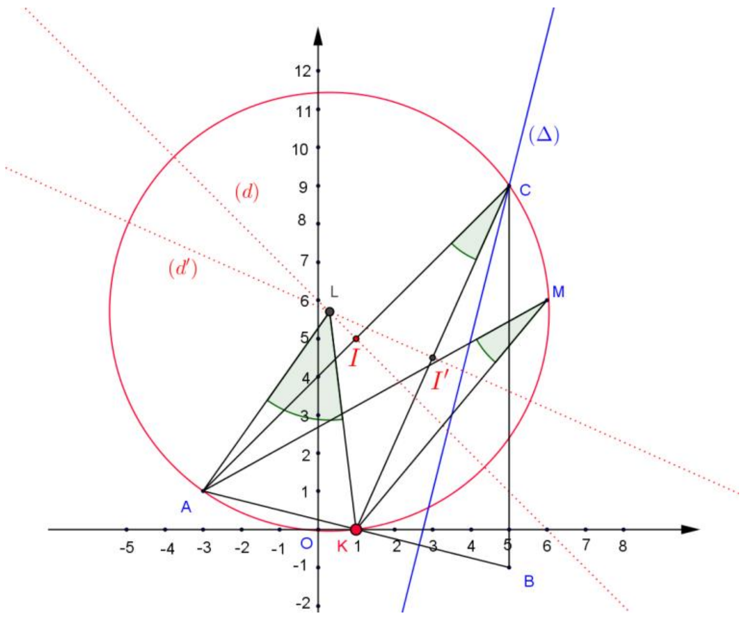
• $P' = 4 \times 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$ en cm.

EXERCICE N°3

Le plan est muni d'un repère orthonormal$(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) Plaçons les points $A(-3, 1)$; $B(5, -1)$ et $C(5, 9)$.

Nous avons cette figure, en attendant :



2°) a) Trouvons une équation de la droite (Δ) hauteur du triangle $\boldsymbol{ABC}$ passant par le point $\boldsymbol{C}$.

Comme la droite (Δ) est une hauteur du triangle ABC issue du sommet A alors les droites (Δ) et (AB) sont perpendiculaires. Il s'ensuit que tout vecteur ayant comme support la droite (Δ) est orthogonal à tout vecteur ayant pour support la droite (AB).

Soit $D(x, y)$, un point quelconque de la droite (Δ) et comme (Δ) et $(AB) \perp (\Delta)$ alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux. La relation d'orthogonalité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ donne une relation entre les coordonnées (x, y) du point D qui n'est autre chose qu'une équation de la droite (Δ).

• **Calculons les coordonnées respectives des vecteurs $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}$**

Rappel :

Dans un repère orthonormé $(\boldsymbol{O};\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, si on a les points $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_A}, \boldsymbol{y_A})$ et $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x_B}, \boldsymbol{y_B})$ alors le vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$:

• a pour abscisse $\boldsymbol{x_B - x_A}$

• a pour ordonnée $\boldsymbol{y_B - y_A}$.

Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$

Comme on a $A(-3,1)$ et $B(5,-1)$ et du rappel ci-dessus, le vecteur $\overrightarrow{AB}$:

• a pour abscisse $x_B - x_A = 5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

• a pour ordonnée $y_B - y_A = -1 - 1 = -2$.

Il vient : $\overrightarrow{AB}(8; -2)$.

Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}$

Comme on a $C(5,9)$ et $D(x, y)$ et du rappel ci-dessus, le vecteur $\overrightarrow{CD}$:

• a pour abscisse $x_D - x_C = x - 5$

• a pour ordonnée $y_D - y_C = y - 9$.

Il vient : $\overrightarrow{CD}(x - 5; y - 9)$.

Nous venons de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux car ayant leurs supports respectifs perpendiculaires .

Rappel :

Dans un repère orthonormé $(\boldsymbol{O};\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, si les vecteurs $\vec{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ et $\vec{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{x'}, \boldsymbol{y'})$ sont orthogonaux alors $\boldsymbol{x.x' + y.y' = 0}$

Comme nous avons $\overrightarrow{AB}(8;-2)$ et $\overrightarrow{CD}(x-5;y-9)$ alors $8(x-5)+(-2)(y-9)=0$
On a successivement :
$8x-40+(-2y+18)=0$
$8x-40-2y+18=0$
$8x-2y-22=0$
$4x-y-11=0$
$y=4x-11$
Il vient :
• $(\Delta): 4x-y-11=0$ qui est une équation générale simplifiée de la droite (Δ)
• $(\Delta): y=4x-11$ qui est l'équation réduite de la droite (Δ).
Remarque 1 : En donnant comme réponse l'une des formes, on a les points.
Remarque 2 : On peut obtenir le même résultat en passant par les coefficients directeurs.

Rappel :
Soit un repère orthonormé $(\boldsymbol{O};\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$ et les droites (Δ) et (Δ') telles que $(\Delta): \boldsymbol{y}=\boldsymbol{ax}+\boldsymbol{b}$
et $(\Delta'): \boldsymbol{y}=\boldsymbol{a'x}+\boldsymbol{b'}$ où :
• $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{a'}$ représentent respectivement les coefficients directeurs des droites (Δ) et (Δ')
• $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{a'}$ leurs ordonnées à l'origine respectives des droites (Δ) et (Δ')
• Si $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a'}=-\mathbf{1}$ alors les droites les droites (Δ) et (Δ') sont perpendiculaires.
• Si $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a'}$ alors les droites les droites (Δ) et (Δ') sont perpendiculaires.

Posons $(\Delta): y=ax+b$ et déterminons les réels a et b
Comme la droite (Δ) est perpendiculaire à la droite (AB) alors les droites (Δ) et (AB) ont le produit de leurs coefficient directeur égal à -1.
Calculons d'abord le coefficient directeur de la droite (AB)

Rappel :
Soit un repère orthonormé $(\boldsymbol{O};\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$, si on a les points $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x_A},\boldsymbol{y_A})$ et $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x_B},\boldsymbol{y_B})$ alors le coefficient

directeur de la droite est obtenu en calculant le rapport $\frac{\boldsymbol{y_B}-\boldsymbol{y_A}}{\boldsymbol{x_B}-\boldsymbol{x_A}}$.

Comme on a $A(-3,1)$; $B(5,-1)$ alors la droite (AB) a pour équation directeur
$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-1}{5-(-3)} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$
Il s'ensuit que le coefficient directeur a de la droite (Δ) est tel que :
$-\frac{1}{4} \times a = -1$ ou encore $\frac{1}{4} \times a = 1$ soit $a = 1 \times 4 = 4$
On a d'abord (Δ): $y = 4x + b$
Comme le point $C(5,9)$, il s'ensuit que $9 = 4 \times 5 + b$ soit : $9 = 20 + b$ alors $b = 4 - 20 = -11$
Il vient : (Δ): $y = 4x - 11$
Nous retrouvons le même résultat.

b) Vérifions que K ,milieu de $[AB]$, appartient à (Δ)
• **Calculons d'abord les coordonnées du point K**

Rappel :
Soit un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, si on a les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ alors le milieu du segment $[AB]$ a :

• **pour abscisse $\frac{x_A + x_B}{2}$**

• **pour ordonnée $\frac{y_A + y_B}{2}$**

Posons $K(x, y)$ et du rappel précédent, on a : $x = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$ et $y = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0$
Il vient : $K(1,0)$
• Vérifions que le point K appartient à la droite (Δ)
Comme on a (Δ): $y = 4x - 11$ et $K(1,0)$, pour $x = 1$, $y = 4 \times 1 - 11 = 4 - 11 = -7$
Comme nous ne retrouvons pas l'ordonnée du point K alors le point K n'appartient pas à (Δ).
• **Déduisons -en la nature du triangle ABC et celle du triangle AKC.**
Dès lors qu'il n'est pas vérifié que le point K appartient à la droite (Δ) alors les triangles ABC et AKC sont des triangles quelconques. Dans le cadre de cet exercice, cela ne conduit à aucun intérêt pédagogique et sans nous tromper le concepteur de l'exercice pensait avoir des triangles particuliers.
3°) Soit le cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle AKC

a)

• Calculons les coordonnées du centre L du cercle $(\mathcal{C})$

Le triangle AKC étant quelconque, le centre L du cercle circonscrit est le point de concours des médiatrices des côtés.

Rappel :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment à son milieu

Déterminons une équation de la médiatrice (d) du segment $[AC]$

Comme les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point, il suffit tout simplement de chercher le point d'intersection des médiatrices des côtés $[AC]$ et $[KC]$

Soit I le milieu de $[AC]$ avec $A(-3,1)$ et $C(5,9)$ alors le point I a pour :

i) abscisse $x = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$

ii) ordonnée $y = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5$

Pour tout point $M(x, y)$ de la droite (d), les vecteurs $\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. En calculant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{AC}$, vérifions qu'on trouve $\overrightarrow{IM}(x-1, y-5)$ et $\overrightarrow{AC}(8,8)$

On a successivement :

$8(x-1) + 8(y-5) = 0$

$(x-1) + (y-5) = 0$

$x - 1 + y - 5 = 0$

$x + y - 6 = 0$

Il vient : $(d): y = -x + 6$

Déterminons une équation de la médiatrice (d') du segment $[KC]$

Soit I' le milieu de $[KC]$ avec $K(1,0)$ et $C(5,9)$ alors le point I' a pour :

i) abscisse $x = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

ii) ordonnée $y = \frac{0+9}{2} = \frac{9}{2}$

Pour tout point $M(x, y)$ de la droite (d'), les vecteurs $\overrightarrow{I'M}$ et $\overrightarrow{KC}$ sont orthogonaux. En calculant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{I'M}$ et $\overrightarrow{KC}$, vérifions qu'on trouve $\overrightarrow{I'M}\left(x-3, y-\frac{9}{2}\right)$ et $\overrightarrow{KC}(4,9)$

On a successivement :

$4(x-3) + 9(y - \frac{9}{2}) = 0$

$4x - 12 + 9y - \frac{81}{2} = 0$

$8x - 24 + 18y - 81 = 0$
$8x + 18y - 105 = 0$
$18y = -8x + 105$
Il vient : $(d'): y = -\frac{8}{18}x + \frac{105}{18}$ ou encore $(d'): y = -\frac{4}{9}x + \frac{35}{6}$
Il s'ensuit que l'abscisse x du centre L est telle que : $-x + 6 = -\frac{4}{9}x + \frac{35}{6}$
En résolvant l'équation $-x + 6 = -\frac{4}{9}x + \frac{35}{6}$, on trouve $x = 0,3$
Comme $y = -x + 6$ et $x = 0,3$ alors $y = -0,3 + 6 = 5,7$
Il vient : Le point L, centre du cercle circonscrit au triangle AKC est tel que $L(0,3; 5,7)$

• Calculons la longueur du rayon R

Rappel :

Soit un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, si on a les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ alors la distance

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

La distance d'un point du cercle au centre du cercle donne la mesure du rayon

Comme on a $L(0,3; 5,7)$, centre du cercle $(\mathcal{C})$ et $K(1,0)$, un point du cercle $(\mathcal{C})$ alors :

$R = KL = \sqrt{(0,3 - 1)^2 + (5,7 - 0)^2}$

On a successivement :

$R = KL = \sqrt{(0,7)^2 + (5,7)^2}$

$R = KL = \sqrt{0,49 + 32,49}$

$R = KL = \sqrt{0,49 + 32,49}$

Il vient : $R = KL = \sqrt{32,98}$

b) Montre que le point $M(6,6)$ appartient au cercle $(\mathcal{C})$

Rappel :

Un point appartient à un cercle de rayon R si et seulement si sa distance au centre du cercle est égale au rayon de ce cercle.

Il suffit alors d'établir que $LM = \sqrt{32,98}$
Comme on a $L(0,3; 5,7)$, centre du cercle $(\mathcal{C})$ et $M(6,6)$ alors :

$LM = \sqrt{(6 - 0,3)^2 + (6 - 5,7)^2}$

$LM = \sqrt{(5,7)^2 + (0,3)^2}$

$LM = \sqrt{32,49 + 0,09}$

$LM = \sqrt{32,58}$

Or $\sqrt{32,58} \neq \sqrt{32,98}$, on ne peut dire que le point M est un point du cercle $(\mathcal{C})$. Les questions c) et d) ne peuvent être aussi vérifiées. Les candidats et les correcteurs sont mis en situation d'échec.

c) Justifie que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{ACK}$ ont même mesure

d) Montre que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{CAK}$ sont complémentaires.

STOP

La rédaction de cet exercice a échappé à son auteur. Les hypothèses ne permettent pas d'arriver aux résultats escomptés. Une remédiation s'impose. Le mal pourrait venir au niveau des coordonnées des points $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{M}$. En prenant $\boldsymbol{C}(2,4)$ et $\boldsymbol{M}(1,5)$, nous obtiendrons des résultats intéressants. Alors l'exercice pourrait être reformulé comme suit :

EXERCICE N°3

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(\boldsymbol{O};\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1°) Place les points $\boldsymbol{A}(-3,1)$; $\boldsymbol{B}(5,-1)$ et $\boldsymbol{C}(2,4)$.

2°) a)Trouve une équation de la droite (Δ) hauteur du triangle $\boldsymbol{ABC}$ passant par le point $\boldsymbol{C}$.

Soit $\boldsymbol{K}$ le milieu de $[\boldsymbol{AB}]$

b) Vérifie que $\boldsymbol{K}$ appartient à (Δ)

c) Déduis-en la nature du triangle $\boldsymbol{ABC}$ et celle du triangle $\boldsymbol{AKC}$.

3°) Soit le cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle $\boldsymbol{AKC}$

a) Calcule les coordonnées de son centre $\boldsymbol{L}$ et son rayon $\boldsymbol{R}$

b) Montre que le point $\boldsymbol{M}(1,5)$ appartient au cercle $(\mathcal{C})$

c) Justifie que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{ACK}$ ont même mesure

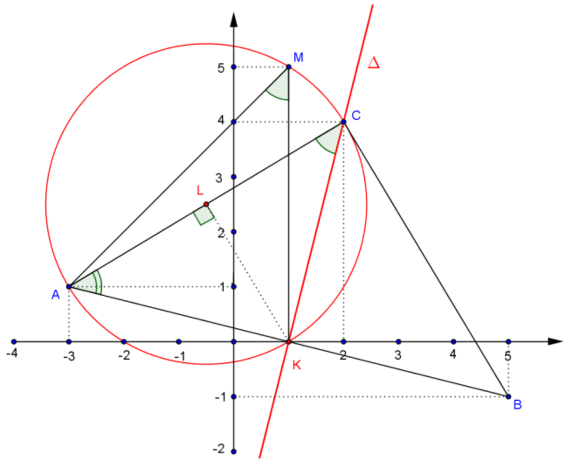
d) Montre que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{CAK}$ sont complémentaires.

Avec une telle reformulation, on obtient un exercice riche en compétences exigibles en accord avec le programme et pourrait même très utile pour les révisions. Nous en proposons une résolution très détaillée comme suit :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1°) Plaçons les points $\boldsymbol{A}(-3,1)$; $\boldsymbol{B}(5,-1)$ et $\boldsymbol{C}(2,4)$.

Voir la figure ci-dessous :



2°) a) Trouvons une équation de la droite (Δ) hauteur du triangle ABC passant par le point C.

Comme la droite (Δ) est une hauteur du triangle ABC issue du sommet A alors les droites (Δ) et (AB) sont perpendiculaires. Il s'ensuit que tout vecteur ayant comme support la droite (Δ) est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Désignons par $D(x, y)$ le point d'intersection des droites (Δ) et (AB) alors la droite (Δ) est aussi la droite (CD) donc (CD) et (AB) sont perpendiculaires par conséquent les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux.

• Calculons les coordonnées respectives des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$

Rappel :

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, si on a les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$:

• a pour abscisse $x_B - x_A$

• a pour ordonnée $y_B - y_A$.

Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Comme on a $A(-3,1)$ et $B(5,-1)$ et du rappel ci-dessus, le vecteur $\overrightarrow{AB}$:

• a pour abscisse $x_B - x_A = 5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

• a pour ordonnée $y_B - y_A = -1 - 1 = -2$.

Il vient : $\overrightarrow{AB}(8; -2)$.

On procède de la même manière pour calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$

Comme on a $C(2,4)$ et $D(x, y)$, il vient : $\overrightarrow{CD}(x - 2; y - 4)$

Rappel :

Dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$, si les vecteurs $\vec{u}(x,y)$ et $\vec{v}(x',y')$ sont orthogonaux alors $x.x'+y.y'=0$

Puisqu'on a $\overrightarrow{AB}(8;-2)$ et $\overrightarrow{CD}(x-2;y-4)$ et $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ orthogonaux, du rappel ci-dessus, on a successivement ;

$8(x-2)+(-2)(y-4)=0$

$8x-16-2y+8=0$

$8x-2y-8=0$ soit ; $2y=8x-8$ ou encore $y=4x-4$.

Il vient ; la droite (Δ) a pour équation $y=4x-4$ soit : $(\Delta).y=4x-4$

a) Soit K le milieu de $[AB]$; vérifions que K appartient à (Δ)

K appartient à (Δ) si et seulement si les coordonnées de K vérifient l'équation de la droite (Δ).

• Calculons d'abord les coordonnées du point K

Rappel :

Soit un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$, si on a les points $A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ alors le milieu du segment $[AB]$ a :

• pour abscisse $\frac{x_A+x_B}{2}$

• pour ordonnée $\frac{y_A+y_B}{2}$

Posons $K(x,y)$ et du rappel précédent, on a : $x=\frac{-3+5}{2}=\frac{2}{2}=1$ et $y=\frac{-1+1}{2}=\frac{0}{2}=0$

Il vient : $K(1{,}0)$

Rappel :

Un point appartient à une droite (Δ) si et seulement si les coordonnées de ce point vérifient une équation de la droite (Δ).

Comme on a $K(1;0)$ et $(\Delta): y=4x-4$, en posant $x=1$, on a : $y=4\times 1-4=4-4=0$.

On retrouve l'ordonnée du point K alors le point K appartient bien à la droite (Δ).

b) Déduisons-en la nature du triangle ABC et celle du triangle AKC.

$K \in (\Delta)$ et $(\Delta) \perp [AB]$ en K alors le triangle AKC est rectangle en K d'hypoténuse $[AC]$

3°) Soit le cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle AKC

a) Calculons les coordonnées de son centre L et son centre R

Rappel :
Tout triangle rectangle est inscriptible dans un cercle de diamètre l'hypoténuse du triangle rectangle.

AKC étant un triangle rectangle en K et alors le AC alors le cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle AKC a pour centre le point L milieu du côté $[AC]$.
Comme on a $A(-3{,}1)$ et $C(2{,}4)$ et L milieu du côté $[AC]$, alors :

• le point L a pour abscisse $\frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$

• le point L a pour ordonnée $\frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$

Il vient : $L\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Rappel :
Soit un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, si on a les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ alors la distance

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Comme on a $A(-3{,}1)$ et $C(2{,}4)$ alors $AC = \sqrt{\left(2-(-3)\right)^2 + (4-1)^2}$

On a successivement :

$AC = \sqrt{(2+3)^2 + (4-1)^2}$

$AC = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$, on en déduit que $R = \frac{\sqrt{34}}{2}$

b) Montrons que le point $M(1, 5)$ appartient au cercle $(\mathcal{C})$

Rappel :
Un point appartient à un cercle de rayon R si et seulement si sa distance au centre du cercle est égale au rayon de ce cercle.

Il suffit alors d'établir que $LM = \frac{\sqrt{34}}{2}$

Comme on a $L\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$, centre du cercle $(\mathcal{C})$ et $M(1{,}5)$, il s'ensuit que $LM=\sqrt{\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2+\left(5-\frac{5}{2}\right)^2}$

On a successivement :

$$LM=\sqrt{\left[1+\frac{1}{2}\right]^2+\left(5-\frac{5}{2}\right)^2}$$

$$LM=\sqrt{\left[\frac{2}{2}+\frac{1}{2}\right]^2+\left(\frac{10}{2}-\frac{5}{2}\right)^2}$$

$$LM=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}$$

$LM=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{25}{4}}$ ou encore $KM=\sqrt{\frac{34}{4}}=\frac{\sqrt{34}}{\sqrt{4}}$, soit : $LM=\frac{\sqrt{34}}{2}$

On en déduit que $LM=R$

Il vient : Le point $M(1{,}5)$ appartient bien au cercle (C) de centre L.

c) Justifions que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{ACK}$ ont même mesure

Il suffit d'établir que mes$\widehat{AMK}$ = mes$\widehat{ACK}$

Rappel :
Deux angles inscrits dans un même cercle et interceptant le même arc, ont même mesure.

L'angle $\widehat{AMK}$ a son sommet M sur le cercle (C) et ses côtés (MA) et (MK) recoupent respectivement le cercle (C) en A et K alors l'angle $\widehat{AMK}$ est dit angle inscrit dans le cercle (C). Il en est de même pour l'angle $\widehat{ACK}$.
$\widehat{AMK}$ et $\widehat{ACK}$ sont inscrits dans le cercle (C) et interceptent le même arc $\widehat{AK}$ alors du rappel, il vient :

mes$\widehat{AMK}$ = mes$\widehat{ACK}$

d) Montrons que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{CAK}$ sont complémentaires.

Rappel :

Deux angles dont la somme des mesures est égale à 90^0 sont dits angles complémentaires

Il suffit d'établir que : $\text{mes}\widehat{AMK} + \text{mes}\widehat{ACK} = 90^0$

Rappel :

La mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de l'angle au centre correspondant.

Il en résulte que : $\text{mes}\widehat{AMK} = \frac{1}{2}\text{mes}\widehat{ALK}$

Or $\text{mes}\widehat{AMK} = \text{mes}\widehat{ACK}$ alors $\text{mes}\widehat{AMK} + \text{mes}\widehat{ACK} = 2\left(\frac{1}{2}\text{mes}\widehat{ALK}\right) = \text{mes}\widehat{ALK}$

Le triangle ALK semble être un triangle rectangle en L montrons-le.

Vérifions si les vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{KL}$ sont orthogonaux

Le vecteur $\overrightarrow{AL}$ a pour :

- abscisse $x_L - x_A = -\frac{1}{2} - (-3) = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$
- ordonnée $y_L - y_A = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$

On a donc $\overrightarrow{AL}\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

On calculera de même les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KL}$ pour trouver trouve : $\overrightarrow{KL}\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

Rappel :

Soit un repère orthonormé $(\boldsymbol{O};\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}$ et deux vecteurs $\vec{u}(x, y)$ et $\vec{v}(x', y')$;
Si $x.x' + y.y' = 0$ alors les vecteurs $\vec{u}(x, y)$ et $\vec{v}(x', y')$ sont orthogonaux par conséquent leurs supports sont perpendiculaires.

Calculons la somme des produits des abscisses et des ordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{KL}$

Nous avons : $\frac{5}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = -\frac{15}{2} + \frac{15}{2} = 0$, du rappel, il vient $\overrightarrow{AL} \perp \overrightarrow{KL}$

donc $(AL) \perp (KL)$ en L

Il s'ensuit que : $\text{mes}\widehat{ALK} = 90^0$

Il vient : $\text{mes}\widehat{AMK} + \text{mes}\widehat{ACK} = 2\left(\frac{1}{2}\text{mes}\widehat{ALK}\right) = \text{mes}\widehat{ALK} = 90^0$

Les angles $\widehat{AMK}$ et $\widehat{CAK}$ sont donc complémentaires.

EXERCICE N°4

1°) Justifions que le rayon $\boldsymbol{r}$ de la base vaut : $\boldsymbol{r = R \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)}$ avec $\boldsymbol{AS = R}$.

La base du cône est un cercle de rayon r et la longueur L de l'arc $\widehat{AB}$ est la circonférence de base du cône et on a : $L = 2\pi \times r$

L'angle saillant $\widehat{ASB}$ est appelé angle de développement du cône et sa mesure en fonction de α est

telle que $\widehat{ASB} = 360^0 - \alpha$

Les segments $[AS]$ et $[BS]$ ont même longueur R qui n'est autre chose que la mesure de la génératrice g du cône.
La circonférence d'un cercle de rayon R est égale à : $2\pi \times R$ c'est la circonférence engendrée par l'angle de 360^0
Il s'ensuit que l'arc $\widehat{AB}$ est intercepté par un angle au centre $360^0 - \alpha$ et a pour longueur :

$L = \frac{2\pi \times R \times (360^0 - \alpha)}{360^0}$

Comme $L = 2\pi \times r$ et $L = \frac{: 2\pi \times R \times (360^0 - \alpha)}{360^0}$
On a successivement

$2\pi \times r = \frac{2\pi \times R \times (360^0 - \alpha)}{360^0}$

$r = \frac{R \times (360^0 - \alpha)}{360^0}$

$r = R \times \frac{(360^0 - \alpha)}{360^0}$

$r = R \times \left(\frac{360^0 - \alpha}{360^0}\right)$

$r = R \times \left(\frac{360^0}{360^0} - \frac{\alpha}{360^0}\right)$

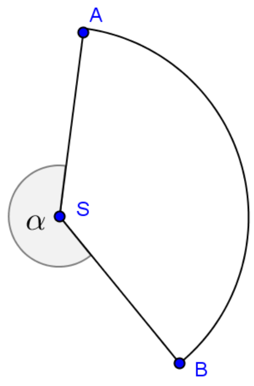
Il vient : $r = R \times \left(1 - \frac{\alpha}{380^0}\right)$

2°) Démontrer que la hauteur $\boldsymbol{h}$ du cône est $\boldsymbol{h = R \times \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2}}$

$h^2 + r^2 = R^2$

Comme $r = R \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$ alors $r^2 = R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2$

$\widehat{ASB}$ e$h^2 = R^2 - r^2$



$$h^2 = R^2 - R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2$$

$$h^2 = R^2 \times \left(1 - \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2\right)$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{R^2 \times \left(1 - \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2\right)}$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{R^2} \times \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2}$$

Il vient : $h = R \times \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2}$

3°) Exprimons l'aire du cône en fonction de R et α

L'aire du cône est la somme de l'aire latérale et l'aire du disque de rayon r.

Désignons par $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ représentant respectivement l'aire du cône, l'aire latérale et l'aire du

disque de rayon r alors $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

• **Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}_1$**

Elle est délimitée par l'angle saillant $\widehat{ASB}$ et l'arc $\widehat{AB}$. Cette aire est interceptée par un angle de $360^0 - \alpha$

L'aire du disque de rayon R est gale à : $\pi \times R^2$ alors $\mathcal{A}_1 = \frac{\pi \times R^2 \times (360^0 - \alpha)}{360^0}$ qui s'écrit encore :

$$\mathcal{A}_1 = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$$

• **Calculons l'aire $\mathcal{A}_2$ du disque de rayon r en fonction de R et α**

C'est l'aire du disque de rayon r alors $\mathcal{A}_2 = \pi \times r^2$, or : $r = R \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$

Il s'ensuit que $\mathcal{A}_2 = \pi \times \left(R \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)\right)^2$, il vient : $\mathcal{A}_2 = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2$

Comme $\mathcal{A}_1 = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$ et $\mathcal{A}_2 = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2$ alors l'aire $\mathcal{A}$ du cône en fonction

de R et α est telle que : $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right) + \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2$

On a successivement :

$$\mathcal{A} = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right) + \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2$$

$$\mathcal{A} = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)\left[1 + \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)\right]$$

$$\mathcal{A} = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)\left(1 + 1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$$

Il vient : $\mathcal{A} = \pi R^2 \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)\left(2 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$

4°) Calculons l'aire latérale du cône.

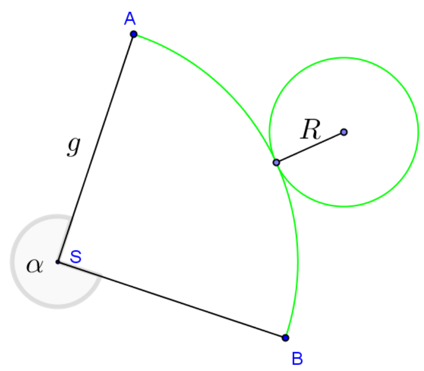
Comme l'aire latérale $\mathcal{A}_2 = \pi \times R^2 \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2$ et $\alpha = 270^0$, $R = 50$ cm et $\pi = 3{,}14$

On a : $\mathcal{A}_2 = 3{,}14 \times 50^2 \times \left(1 - \frac{270^0}{360^0}\right)^2$

On calcule et on trouve $\mathcal{A}_2 = 491$ cm^2 à une unité près

STOP

C'est une compétence rarement mise en œuvre, et à tort bien sûr, pour tester la capacité des élèves à savoir lire des dessins ou des figures géométriques. C'est un exercice intéressant mais qui ne peut pas échapper à quelques remarques sur la présentation du patron qu'on pouvait rendre plus explicite. Dans le programme, on note la génératrice d'un cône de révolution par la lettre g et le rayon du disque de base par *R*. La proposition ci-après serait plus pertinente :



3°) CONCLUSIONS

A/ Chaque fois qu'il y a des résultats catastrophiques, on cherche à jeter l'anathème sur les autres en oubliant que tout se joue au niveau des exercices que nous proposons aux candidats. Les exercices sont nombreux mais n'ont pas le même statut. On y rencontre plusieurs classifications et la plus simple classification est la suivante :

i) Exercices d'exposition
ii) Exercices pour s'entrainer
iii) Exercices d'application
iv) Exercice d'approfondissement

Il y a des approches pédagogiques appropriées pour chacune de ces classes et nous pouvons en faire l'économie pour le moment et y revenir pour d'autres articles.

B/ Les épreuves de brevet et de baccalauréat ne doivent pas être conçus comme des épreuves de concours. On n'y cherche pas à mettre les candidats en situation d'échec mais plutôt chercher à savoir si les notions enseignées , ils s'en ont appropriées. Alors il y a souhait que chaque exerce comporte des questions indépendantes. L'épreuve de mathématiques du

BFEM 2019 a posé plus de problèmes au niveau des candidats et des correcteurs. Il ne s'agit pas pour moi d'incriminer ceux qui ont eu à le proposer mais de soumettre l'épreuve à mes questionnements pour en faire une épreuve de qualité. Voici comment j'aurais construit cette épreuve :

• ÉNONCÉS ORIGINELS REFORMULÉS DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES BFEM-2019

EXERCICE N°1

A/ Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires mensuels en F CFA et leurs proportions pour le personnel d'une entreprise :

Fonctions	Agents de sécurité	chauffeurs	Agents commerciaux	Personnel administratif	Agents de production	Cadres supérieurs	Total
Salaires	100 000	150 000	175 000	200 000	350 000	450 000	
Pourcentages	10	5	20	15	45	5	100

1°) Indique le caractère étudié, sa nature et donner ses différentes modalités.
2°) Sachant qu'il y a exactement 2 cadres qui y travaillent.
Compléter le tableau par les effectifs des différents corps
B/ Pour le reste du problème, on pose :

Fonctions	Agents de sécurité	chauffeurs	Agents commerciaux	Personnel administratif	Agents de production	Cadres supérieurs	Total
Salaires	100 000	150 000	175 000	200 000	350 000	450 000	
Pourcentages	10	5	20	15	45	5	100
effectifs	4	2	8	6	18	2	40

1°) a) Qu'appelle-t-on médiane d'une série statistique ordonnée à caractère quantitatif discret et d'effectif total N si N est pair ?
b) Calculer le salaire médian de cette entreprise
2°) Calculer le salaire moyen de cette entreprise
3°) Construire le diagramme des pourcentages cumulés croissants de cette série.

EXERCICE N°2

Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 12$ cm et $BC = x$ cm avec $0 < x < 12$.
1°) Calcule le périmètre P du rectangle en fonction de x.

3°) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de ce rectangle en fonction de x.

4°) Dans quel intervalle peut-on choisir x pour que l'aire $\mathcal{A}$ soit inférieure à 81 cm^2.

5°) On donne $x = 2$ et $A'B'C'D'$ un carré dont l'aire est égale à celle du rectangle $ABCD$.

a) Calcule le côté du carré.

b) Calcule le périmètre P du rectangle et celui P' du carré.

EXERCICE N°3

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) Place les points $A(-3,1)$; $B(5,-1)$ et $C(2,4)$.

2°) Trouve une équation de la droite (Δ) hauteur du triangle ABC passant par le point C.

Soit K le milieu de $[AB]$

a) Vérifie que K appartient à (Δ)

b) Déduis-en la nature du triangle ABC et celle du triangle AKC.

3°) Soit le cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle AKC

a) Calcule les coordonnées de son centre L et son centre R

b) Montre que le point $M(1,5)$ appartient au cercle $(\mathcal{C})$

c) Justifie que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{ACK}$ ont même mesure

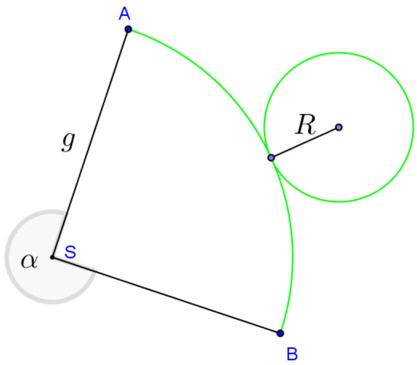
d) Montre que $\widehat{AMK}$ et $\widehat{CAK}$ sont complémentaires.

EXERCICE N°4

1°) Le schéma ci-contre représente le patron d'un cône

de révolution de rayon de base R, de génératrice g et

de hauteur h



Justifie que le rayon R de la base vaut :

$R = g \times \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)$ avec $AS = g$.

2°) Démontrer que la hauteur h du cône est

$$h = g \times \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\alpha}{360^0}\right)^2}$$

3°) Exprime l'aire du cône en fonction de g et α

4°) On pose $\alpha = 270^0$, $g = 50$ cm et $\pi = 3{,}14$

Calcule l'aire latérale du cône.

L'article parait être long et il y a encore beaucoup de choses sur lesquelles les attentions doivent être portées. Nous pouvons nous arrêter là pour vous revenir après sur d'autres thèmes.

(*) Lassana CISSOKHO est de la Promotion 1970. Il est Professeur de Mathématiques, et anciennement Membre de la Commission Nationale de mMathématiques, Conseiller pédagogique à l'IREMPT